

## کنترل تطبیقی غیر مستقیم مبتنی بر تخصیص قطب با مرتبه کسری

**چکیده:** روش طراحی قوانین کنترل چندجمله ای با استفاده از جایابی قطب راه کار مناسبی برای بسیاری از کاربردهای صنعتی می باشد. این دسته از کنترل کننده ها با این وجود که اغلب در مسائلی با سیگنال های مرجع ثابت بکار گرفته می شوند، در صنعت بسیار مورد توجه قرار گرفته اند. در این مقاله، یک کنترل کننده تطبیقی غیرمستقیم مبتنی بر جایابی قطب با مرتبه کسری معرفی شده است. استراتژی کنترل معرفی شده مبتنی بر ساختار کنترل خود تنظیم و تخمین آنلاین پارامترهای مدل فرآیند با استفاده از الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی (RLS) می باشد. جهت اثبات موثر بودن ساختار کنترلی معرفی شده دو نمونه شبیه سازی ارائه می شود. مسئله اول کنترل سرعت زاویه ای یک موتور DC و مسئله دوم کنترل محرک چرخ دنده برای مکان یابی دقیق می باشد. مقایسه بهبود رفتار دینامیکی سیستم کنترل شده با روش کنترل کلاسیک برای دو سیستم معرفی شده نشان داده خواهد شد.

### 1- مقدمه

کنترل تطبیقی کسری موضوع تحقیقاتی در حال توسعه ای است. یک دهه پیش، روش های کنترل تطبیقی کسری فراوانی توسعه یافتند. عده ای از محققان به کنترل تطبیقی مدل مرجع با مرتبه کسری (FOMRAC) و عده ای دیگر در حوزه کنترل PID تطبیقی به تحقیق پرداختند. کنترل بهره بالای تطبیقی با مرتبه کسری، کنترل تطبیقی مبتنی بر IMC کسری و کنترل تطبیقی مرتبه کسری مقاوم نیز معرفی شدند. بدلیل مراتب کسری، انتگرالی و مشتقی، قوانین کنترل تطبیقی مرتبه کسری امکان جدیدی برای مهندسان طراح جهت تنظیم پارامترهای کنترل فراهم کرده است تا مقاومت و عملکرد سیستم کنترل شده را بطور چشم گیری بهبود بخشند. کنترل کسری در حوزه های مختلفی از جمله: رباتیک، شبیه سازهای پرواز هیدرولیک، تنظیم کننده های ولتاژ خودکار، سیستم های سرو مکان و سیستم های انرژی تجدید پذیر مورد توجه قرار گرفته است.

در این مقاله یک استراتژی کنترل تطبیقی مرتبه کسری جدید مبتنی بر روش جایابی قطب غیرمستقیم آنلاین، با اعمال قطب هائی با مرتبه کسری در طول فرایند شناسایی پارامترهای مدل توسط روش تخمین حداقل مربعات (LSE) پیشنهاد شده است. دینامیک های کنترل مرتبه کسری حاصل با استفاده از روش تقریب تابع استثنائی پیاده سازی می شوند. تقریب تابع گویا با انتقال ترکیب کنترل کننده به حوزه جبری مرتبه صحیح کلاسیک بدست می آید که محاسبه آسان قانون کنترل از معادله دیوفانتین عمومی را ممکن می سازد. دو نمونه شبیه سازی برای نشان دادن عملکرد بهبود یافته با روش کنترل تطبیقی غیرمستقیم با جایابی قطب کسری پیشنهاد شده و مزایای این

الگوریتم زمان حقیقی ارائه شده اند. مثال اول کاربرد این تکنیک را برای کنترل سرعت یک موتور DC و مثال دوم کنترل محرک چرخ دنده را در مکان یابی دقیق نشان می دهد.

قسمت های مختلف مقاله بصورت زیر می باشند: بخش دوم پایه های ریاضی حساب کسری و روش تقریب در نظر گرفته شده را برای توابع با مرتبه کسری بیان می کند. بخش سوم الگوریتم جایابی قطب تطبیقی غیرمستقیم با مرتبه کسری را به همراه روش تخمین نشان می دهد. مثال های ارائه شده از کاربردهای این کنترل در بخش چهارم ارائه شده اند تا عملکرد مناسب این تکنیک کنترلی را نشان دهند. در نهایت برخی ملاحظات پایانی در بخش پنجم توضیح داده شده است.

## 2- سیستم های مرتبه کسری

توسعه اصلی مفهوم مشتق مرتبه کسری در قرن نوزدهم صورت گرفت. اگرچه کاربرد اپراتورهای مرتبه کسری در سیستم های کنترل فیدبک دینامیکی موضوع جدیدی است اما توجه چشمگیری را به خود جلب کرده است

### 1-2- تعاریف اساسی

انتگرال ها و مشتقات مرتبه کسری تعمیم حالت کلاسیک (مرتبه صحیح) می باشند. اپراتورهای پایه با مرتبه غیر صحیح عموماً بفرم  ${}_a D_t^\mu$  نشان داده می شوند که  $a$  و  $t$  کران ها و  $\mu (\mu \in \mathbb{R})$  مرتبه می باشند. یکی از تعاریف اپراتور انتگرال - دیفرانسیلی کسری که بسیار مورد توجه قرار گرفته است تعریف Riemann-Liouville (RL) می باشد:

$${}_a D_t^\mu f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\mu)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t (t-\xi)^{\mu-1} f(\xi) d(\xi) \quad (1)$$

که  $\Gamma(\cdot)$  تابع گامای اوایلر،  $(a, t) \in \mathbb{R}^2$  با  $a < t$  و  $n$  عدد صحیح می باشد.

تبدیل لاپلاس اپراتور کسری Riemann-Liouville (1) با بدون شرایط اولیه برای مرتبه  $\mu$ ،  $(0 < \mu < 1)$  بصورت زیر می باشد

$$L\{{}_a D_t^{\pm\mu} f(t); s\} = s^{\pm\mu} F(s) \quad (2)$$

یک سیستم مرتبه کسری تک ورودی - تک خروجی (SISO) را می توان با تابع انتقال زیر نشان داد

$$F(s) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (3)$$

که  $\alpha_i$  و  $\beta_j$  اعداد حقیقی هستند، بطوریکه

$$\begin{cases} 0 \leq \alpha_1 < \dots < \alpha_n \\ 0 \leq \beta_0 < \beta_1 < \dots < \beta_m \end{cases}$$

و  $s$  عملگر لاپلاس می باشد.

## 2-2- تابع انتقال مرتبه دو کسری تقریب زده شده

مسئله اصلی در طراحی کنترل با مرتبه کسری این است که توابع حاصل از بعد نامحدود می باشند، در حالی که لازم است پیاده سازی چنین کنترل کننده هایی با فیلترهای خطی تقریب زده شده با بعد محدود صورت گیرد. از اینرو لازم است روشی برای تقریب بیابیم تا توابع مرتبه کسری حاصل را با توابع انتقال حقیقی معادل، برای تخصیص دینامیک های مرتبه کسری به حلقه بسته سیستم کنترل شده جایگزین کنیم. برای رسیدن به این هدف، بایستی از روش ساده اما رایج تابع تاستثنایی برای تقریب در حوزه فرکانس استفاده نماییم.

برای موضوع مورد مطالعه در این مقاله، روی توابع انتقال مرتبه دو استاندارد کسری زیر متمرکز می شویم:

$$G_f(s) = \frac{1}{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\xi \frac{s}{\omega_n} + 1\right)^\beta} \quad (4)$$

که  $\xi$  ضریب میرایی،  $\omega_n$  فرکانس مناسب و  $0 < \beta < 1$  می باشد.

این تابع معمولاً به دلیل ویژگی های شناخته شده اش برای مرتبه کسری  $\beta$  و ضریب میرایی موثر در پاسخ زمانی، به عنوان مدل مرجع در طراحی سیستم های کنترل بکار گرفته می شود.

روش تابع استثنائی این امکان را فراهم می سازد تا تابع انتقال مرتبه کسری (4) را با خارج قسمت چند جمله ای هائی برحسب  $s$  تقریب زد. دو حالت متمایز برای مرتبه کسری  $\beta$  بصورت زیر می باشند

• حالت  $0 < \beta < 0.5$

در این حالت می توان تابع (4) را بصورت زیر بیان نمود:

$$G_e(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n} + 1\right)\left(\frac{s}{\omega_n + 1}\right)^n}{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\alpha \frac{s}{\omega_n} + 1\right)} \quad (5)$$

با  $\alpha = \xi^\beta$  و  $\eta = 1 - 2\beta$  ، که می توان آن را با تابع زیر تخمین زد

$$G_e(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n} + 1\right) \prod_{i=1}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{z_i}\right)}{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\alpha \frac{s}{\omega_n} + 1\right) \prod_{i=1}^N \left(1 + \frac{s}{p_i}\right)} \quad (6)$$

که قطب های  $p_i$  و صفرهای  $z_i$  به وسیله روابط زیر مشخص می شوند:

$$p_i = (ab)^{i-1} a z_i \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

$$z_i = (ab)^{i-1} z_1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N-1 \quad (8)$$

$$z_1 = \omega_n \sqrt{b} \quad (9a)$$

$$a = 10^{\frac{\epsilon_p}{10(1-\eta)}} \quad (9b)$$

$$b = 10^{\frac{\epsilon_p}{10h}} \quad (9c)$$

$$\eta = \frac{\log(a)}{\log(ab)} \quad (9d)$$

$\epsilon_p$  خطای قابل قبول برحسب dB می باشد. مرتبه تقریب  $N$  با ثابت کردن پهنای باند فرکانسی، که بوسیله  $\omega_{max}$  (بطوریکه  $p_{N-1} < \omega_{max} < p_N$ ) مشخص شده است، تعیین می شود. که به مقدار زیر منجر خواهد شد:

$$N = \text{Integer part of} \left[ \frac{\log\left(\frac{\omega_{max}}{p_1}\right)}{\log(ab)} + 1 \right] + 1 \quad (10)$$

سپس  $G_e(s)$  را می توان بفرم تابع پارامتری از مرتبه  $N+2$  بصورت معادله (11) بازنویسی کرد

$$G_e(s) = \frac{b_{m0}s^N + b_{m1}s^{N-1} + \dots + b_{mN}}{s^{N+2} + a_{m1}s^{N+1} + \dots + a_{mN+2}} \quad (11)$$

ضرایب  $a_{m_i}$  و  $b_{m_j}$  با استفاده از قطب ها و صفرهای  $p_i$  و  $z_j$  ،  $\alpha$  و  $\omega_n$  محاسبه می شوند.

• حالت  $0.5 < \beta < 1$

تابع انتقال کسری به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$G_e(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n} + 1\right)}{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\alpha\frac{s}{\omega_n} + 1\right)\left(\frac{s}{\omega_n} + 1\right)^\eta} \quad (12)$$

که  $\alpha = \xi^\beta$  و  $\eta = 2\beta - 1$ ، بصورتی که بیان شد با مقادیر زیر برای صفرها و قطب ها بسط داده می شود:

$$p_i = (ab)^{i-1} p_1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (13)$$

$$z_i = (ab)^{i-1} ap_1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N-1 \quad (14)$$

$$p_1 = \omega_n \sqrt{b} \quad (15a)$$

$$a = 10^{\frac{\varepsilon_p}{10(1-\eta)}} \quad (15b)$$

$$b = 10^{\frac{\varepsilon_p}{10\eta}} \quad (15c)$$

$$\eta = \frac{\log(a)}{\log(ab)} \quad (15d)$$

سپس  $G_e(s)$  را می توان بفرم معادله (11) نوشت.

### 3- استراتژی کنترل تطبیقی کسری غیرمستقیم

رگولاتور خودتنظیم (STR) این امکان را فراهم می سازد تا فرآیندهای عددی را با بسیاری از وظایف کنترلی پیچیده در زمان حقیقی مانند مدل کردن، طراحی قانون کنترل، پیاده سازی و اعتبارسنجی مورد بهره برداری قرار داد. روش های طراحی کنترل خود تنظیم تطبیقی در نظر گرفته شده باید سازگار با محاسبات زمان حقیقی باشند (پارامترهای کنترل کننده در هر دوره نمونه برداری در دسترس باشند) و دیگر روش های مهندسی اتوماتیک پایه (مانند روش های حوزه فرکانس، مکان ریشه و ...) کارایی ندارند.

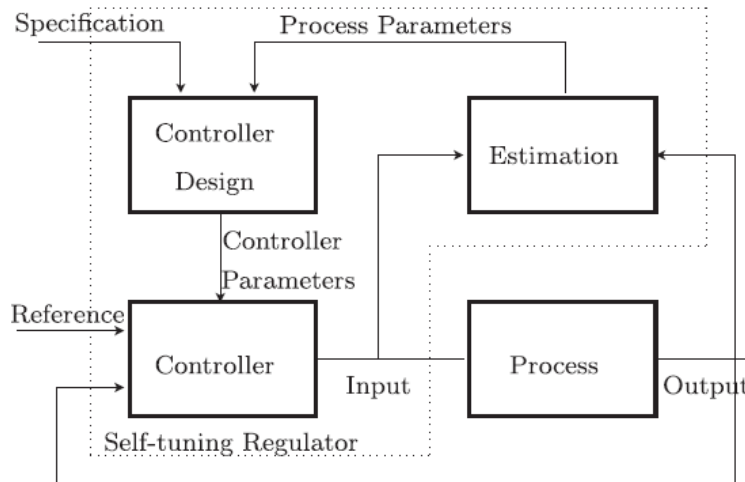
با این فرض که ساختار مدل فرآیند معلوم باشد، پارامترهای مدل دستگاه آنلاین تخمین زده می شوند، و بلوک مشخص شده با 'Estimation' در شکل 1 تخمینی را بدست می دهد که برای محاسبه ضرایب کنترل کننده چندجمله

ای بکار گرفته خواهد شد. این روش شامل محاسبات عددی برای طراحی کنترل کننده خاص و تعدادی پارامتر طراحی که از خارج اعمال می شوند، می باشد.

این مسئله طراحی، یک مسئله طراحی ضمنی برای سیستم های با پارامترهای معلوم نامیده می شود. بلوک مشخص شده با 'Controller' تحقق از رگولاتور می باشد که پارامترهایش از طراحی کنترل حاصل می شوند.

### 1-3- جایابی صفر و قطب

روش جایابی قطب و صفر بر استدلال های بسیار ساده ای استوار است. دینامیک های مطلوب سیستم کنترل حلقه بسته به وسیله مقادیر استثنائی تابع انتقال که با تابع انتقال حلقه بسته مدل فرآیند حقیقی یکسان فرض شده است، تعیین می شوند. پارامترهای کنترل کننده در این طرح مجهول هستند اما وابستگی نزدیکی با پارامترهای فرآیند دارند.



شکل 1. رگولاتور خود تنظیم

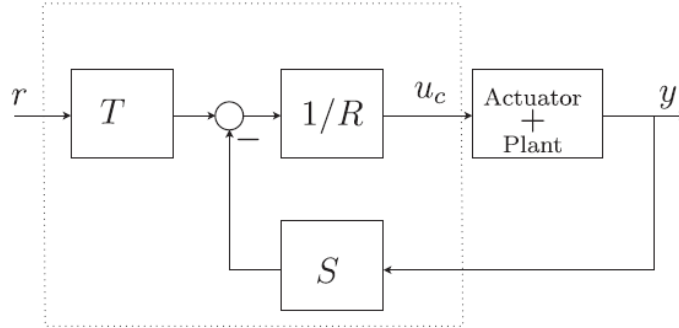
تابع انتقال یک سیستم علی معلوم را بصورت زیر در نظر می گیریم:

$$G_p(q) = \frac{B(q)}{A(q)} \quad (16)$$

که  $q$  اپراتور شیفت می باشد و بصورت  $qf(k) = f(k+1)$  تعریف می شود. همچنین  $\deg(A) > \deg(B)$  که  $A$  و  $B$  چندجمله ای های نسبت بهم اول هستند. بایستی پارامترهای کنترل کننده را جهت دستیابی به دینامیک های مطلوب سیستم حلقه بسته که با مدل تابع انتقال زمان گسسته زیر بیان شده است، محاسبه کرد:

$$G_m(q) = \frac{B_m(q)}{A_m(q)} \quad (17)$$

ساختار کنترل کننده ای که قادر به حل این مسئله می باشد در شکل 2. نشان داده شده است.



شکل 2. ساختار کنترل کننده با دو پارامتر

رگولاتور خطی عمومی را می توان با رابطه زیر فرموله کرد:

$$Ru(t) = Tu_r(t) - Sy(t) \quad (18)$$

که  $R$ ،  $S$  و  $T$  چند جمله ای،  $u$  سیگنال کنترل،  $y$  خروجی فرآیند و  $u_r$  سیگنال مرجع می باشد. این قانون کنترل یک فیدبک منفی با اپراتور انتقال  $-\frac{S}{R}$  و عمل پیشخور با اپراتور انتقال  $\frac{T}{R}$  را ارائه می کند.

با حذف  $u$  در معادله (18) معادلات حلقه بسته زیر را بدست می آوریم

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{BT}{AR+BS} u_r(t) + \frac{BR}{AR+BS} v(t) \\ u(t) &= \frac{AT}{AR+BS} u_r(t) + \frac{BS}{AR+BS} v(t) \end{aligned} \quad (19)$$

که  $v$  اغتشاش می باشد. در نتیجه چند جمله ای مشخصه سیستم حلقه بسته بصورت زیر خواهد بود

$$AR+BS = A_r \quad (20)$$

ایده اصلی این روش طراحی تعیین چند جمله ای مشخصه حلقه بسته مطلوب ( $A_r$ ) می باشد. در این صورت چند جمله ای های  $R$  و  $S$  را می توان از معادله (20) تعیین نمود.

در این روش که پارامتر اصلی طراحی چند جمله ای  $A_r$  می باشد، بگونه ای انتخاب می شود که برخی ویژگی های مطلوب و رفتار دینامیکی را به سیستم حلقه بسته اعمال کند. معادله (20) که معادله دیوفانتین یا اتحاد بزوت نامیده می شود، نقش مهمی در جبر تئوری کنترل بازی می کند. چند جمله ای  $B$  را بصورت زیر تجزیه می کنیم

$$B = B^+B^- \quad (21)$$

که  $B^+$  چند جمله ای مونیک است که صفرهای پایدار و با میرایی خوب دارد و توسط کنترل کننده قابل حذف می باشد،  $B^-$  نیز با عوامل ناپایدار که قابل حذف نباشند متناظر است. یک از شروط سازگاری این است که  $B_m$  باید عامل  $B^-$  را داشته باشد. از اینرو

$$B_m = B^-B'_m \quad (22)$$

و چندجمله ای مشخصه حلقه بسته بشکل زیر خواهد بود

$$A_r = A_0A_mB^+ \quad (23)$$

$A_0$  که چند جمله ای روئینگر نامیده می شود، باید به گونه ای طراحی شود که معادله (20) قابل حل باشد.

بنابراین  $B^+$  عاملی از  $B$  و  $A_r$  می باشد، در نتیجه

$$R = R'B^+ \quad (24)$$

شرط علی بودن زیر نیز باید بررسی شود:

$$\deg(A_m) - \deg(B_m) \geq \deg(A) - \deg(B) = d_0 \quad (25)$$

رگولاتور انتخاب شده باید از حداقل درجه ممکن بوده و نباید تاخیر اضافی در حلقه کنترل ایجاد کند. این مسئله ایجاب می کند چند جمله ای های  $R$ ،  $S$  و  $T$  درجه یکسانی داشته باشند.

الگوریتم زیر که معمولا جایابی قطب حداقل درجه نامیده می شود، گام های اصلی برای فرآیند طراحی قانون کنترل در نظر گرفته شده را بیان می کند:

### الگوریتم 1. جایابی قطب حداقل درجه

- داده ها: چند جمله ای های  $A$  و  $B$
- مشخصات: چند جمله ای های  $A_m$ ،  $B_m$  و  $A_0$
- گام 1:  $B$  را بصورت  $B = B^+B^-$  تجزیه می کنیم، که  $B^+$  مونیک می باشد.



- گام 2: پاسخ های  $R'$  و  $S$  را با  $\deg(S) < \deg(A)$  برای عبارت زیر بدست می آوریم

$$AR' + B'S = A_0 A_m \quad (26)$$

- گام 3: با استفاده از روابط  $R = R'B^+$  و  $T = A_0 B'_m$ ، سیگنال کنترل را از معادله (18) محاسبه می کنیم.

### 2-3- تخمین

روش های تخمین بازگشتی بسیاری را می توان برای تخمین ضرایب چندجمله ای های  $A$  و  $B$  بکار گرفت. در این مقاله از تخمین گر حداقل مربعات بازگشتی (RLS) ساده اما کارآمد استفاده می شود. مدل فرآیند را می توان بصورت زیر بازنویسی کرد (جهت سادگی از نویز صرف نظر کرده ایم):

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - \dots - a_n y(t-n) + b_0 u(t-d_0) + \dots + b_m u(t-d_0-m) \quad (27)$$

این سیستم برای پارامترهایی با مرتبه  $\max(n, d_0 + m)$  خطی می باشد. معادله (27) را بصورت زیر بازنویسی می کنیم

$$y(t) = \varphi^T(t-1)\theta \quad (28)$$

که

$$\theta^T = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_0 \quad \dots \quad b_m]$$

$$\varphi^T(t-1) = [-y(t-1) \quad \dots \quad -y(t-n) \quad u(t-d_0) \quad \dots \quad u(t-d_0-m)]$$

و تخمین گر حداقل مربعات بازگشتی با فراموشی نمایی بصورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}(t) &= \tilde{\theta}(t-1) + K(t)\varepsilon(t) \\ \varepsilon(t) &= y(t) - \varphi^T(t-1)\tilde{\theta}(t-1) \\ K(t) &= P(t-1)\varphi(t-1) \times (\lambda + \varphi^T(t-1)P(t-1)\varphi(t-1))^{-1} \\ P(t) &= I - K(t)\varphi(t-1)P(t-1) / \lambda \end{aligned} \quad (29)$$

پارامتر  $\lambda$  که ضریب فراموشی نامیده می شود، طوری انتخاب می شود که  $0 < \lambda \leq 1$ .

همگرایی تخمین ها به مقادیر واقعیشان، با انتخاب درست ساختار مدل که مستلزم یکسان بودن با ساختار دستگاه کنترل شده و تحریک پایای سیگنال های ورودی می باشد، تضمین می شود.

در حالت قطعی، حداقل  $n + m + 1 + \max(n, m + d_0)$  دوره نمونه برداری برای همگرایی الگوریتم نیاز است.

### 3-3- تخصیص قطب مرتبه کسری

هدف اصلی طراحی کنترل اعمال یک چند جمله ای مشخصه با مرتبه کسری  $A_m^f$  در الگوریتم 1 و معادله دیوفانتین (26) می باشد.

مدل مرجع مطلوب (قطب های دینامیک مطلوب)  $G_m$  را بفرم استاندارد مرتبه کسری (4) در نظر می گیریم. با استفاده از روش تقریب تابع استثنائی، تابع انتقال تقریب زده شده آن  $G_m^f = \frac{B_m^f}{A_m^f}$  را مطابق معادله (11) محاسبه می کنیم.

از آنجائی که درجه  $G_m^f$  از درجه  $A$  بیشتر است، مشخص است که چند جمله ای روئیتگر  $A_0 = 1$  در نظر گرفته می شود. بنابراین  $A_r^f = A_m^f$ . از اینرو معادله دیوفانتین (26) بشکل خواهد بود

$$AR' + B'S = A_m^f \quad (30)$$

که  $A_m^f$  مخرج تابع تقریب زننده می باشد. با ترکیب تخمین RLS معادله (30) با روش جایابی قطب حداقل درجه جهت طراحی کنترل با استفاده از الگوریتم 1، رگولاتور خودتنظیم مرتبه کسری زیر را بدست می آوریم:

#### الگوریتم 2. رگولاتور خود تنظیم کسری غیر مستقیم

- مشخصات: پارامترهای  $\omega_n$ ،  $\xi$ ، مرتبه  $\beta$  مدل (4) و محاسبه تقریب  $\frac{B_m^f}{A_m^f}$ .
  - گام 1: تخمین ضرایب چند جمله ای های  $A$  و  $B$  در معادله (27) با استفاده از روش RLS.
  - گام 2: اعمال تکنیک جایابی قطب حداقل درجه با استفاده از الگوریتم 1 که چند جمله ای های  $A$  و  $B$  تخمین های حاصل از گام 1 می باشند و محاسبه چند جمله ای های  $R$ ،  $S$  و  $T$  قانون کنترل.
  - گام 3: سیگنال فرمان به کمک معادله (30) محاسبه می گردد.
- گام های 1، 2 و 3 را در هر دوره نمونه برداری تکرار می کنیم.

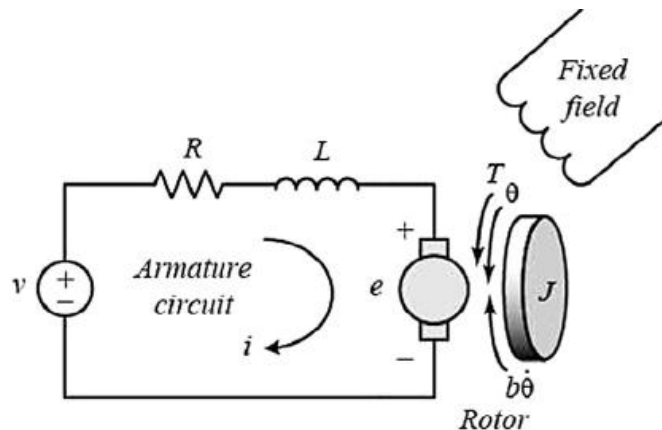
#### 4- نتایج شبیه سازی

در این بخش، استراتژی کنترل تطبیقی مرتبه کسری پیشنهاد شده را برای کنترل دو سیستم صنعتی اعمال بکار گرفته و عملکردشان را با کنترل کنندهای تطبیقی کلاسیک مبتنی بر جایابی قطب با مرتبه صحیح مقایسه می کنیم. ابتدا استراتژی کنترل پیشنهاد شده را برای کنترل سرعت یک موتور جریان مستقیم که یک فرایند ساده و پرکاربرد در صنعت می باشد، اعمال می کنیم. کاربرد دوم کنترل محرک چرخ دنده روان شده با هوا برای مکان یابی دقیق می باشد که سیستمی پیچیده تر بوده و خود شامل یک محرک موتور dc می باشد.

#### 4-1-1- کنترل سرعت زاویه ای موتور DC

##### 4-1-1-1- مدل سازی دستگاه

بسیاری از کاربردهای صنعتی از موتور DC بعنوان محرک، بخصوص برای فرآیندهای با توان کم بهره می گیرند. موتور مستقیماً حرکت چرخشی را فراهم می کند و اگر با چرخ ها، استوانه ها و کابل ها کوپل شود، می تواند حرکت انتقالی را نیز فراهم آورد. شکل 3 مدار معادل الکتریکی آرمیچر و دیامتر جسم آزاد روتور را نشان می دهد.



شکل 3. ساختار یک موتور DC

برای این مسئله، منبع ولتاژ (V) اعمال شده به آرمیچر ورودی سیستم در نظر گرفته می شود، در حالی که خروجی سرعت چرخشی شفت  $d(\theta)/dt$  می باشد. روتور و شفت صلب فرض شده اند. در ادامه یک مدل اصطکاک ویسکوزی در نظر می گیریم، یعنی گشتاور اصطکاک با سرعت زاویه ای شفت متناسب است. جدول 1 پارامترهای فیزیکی اصلی سیستم را نشان می دهد.

پارامترهای فیزیکی موتور DC	
مقدار	پارامتر
0.018 kg.m <sup>2</sup>	ممان انرسی روتور (J)
0.0055 N.m.s	ثابت اصطکاک ویسکوزی موتور (b)
1 V/ rad/ sec	ثابت نیرو محرکه الکتریکی (Ke)
0.01 N.m/ Amp	ثابت گشتاور موتور (Kt)
6.25 Ohm	مقاومت الکتریکی (R)
0.024 H	اندوکتانس الکتریکی (L)

جدول 1

از شکل 3 می توانیم معادلات زیر را با استفاده از قانون دوم نیوتون و قانون ولتاژ کریشهف بدست آورد

$$\begin{cases} J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = k i \\ L \frac{di}{dt} + Ri = V - k\dot{\theta} \end{cases} \quad (31)$$

در حوزه لاپلاس، تابع انتقال حلقه باز زیر را برای خروجی  $\dot{\theta}(s)$  به ازای ورودی  $V(s)$  بعد از چند مرحله محاسبات جبری بدست می آوریم.

$$\frac{\dot{\theta}(s)}{V(s)} = \frac{k}{(Js + b)(Ls + R) + k^2} \quad (32)$$

با استفاده از مقادیر عددی پارامترها از جدول 1 داریم:

$$\frac{Y}{U} = \frac{81018}{s^2 + 260.7s + 2394} \quad (33)$$

#### 2-1-4- کنترل جایابی قطب تطبیقی مرتبه صحیح

با انتخاب دوره نمونه برداری  $T = 0.04s$ ، سیستم (33) در حوزه زمان گسسته بصورت زیر فرموله می شود

$$G(q) = \frac{9.816q + 0.9112}{q^2 - 0.683q + 2.959 \cdot 10^{-5}} \quad (34)$$

قطب های مطلوبی که باید به فرآیند اعمال شوند، قطب های تابع انتقال مرتبه دو استاندارد (4) با  $\beta = 1$  (حالت صحیح)،  $\omega_n = 10$  و  $\zeta = 0.95$  می باشند.

از الگوریتم RLS برای تخمین پارامترهای مدل فرآیند استفاده کرده، بعد از ساده سازی اتحاد بزوت (20) قانون کنترل را بدست می آوریم

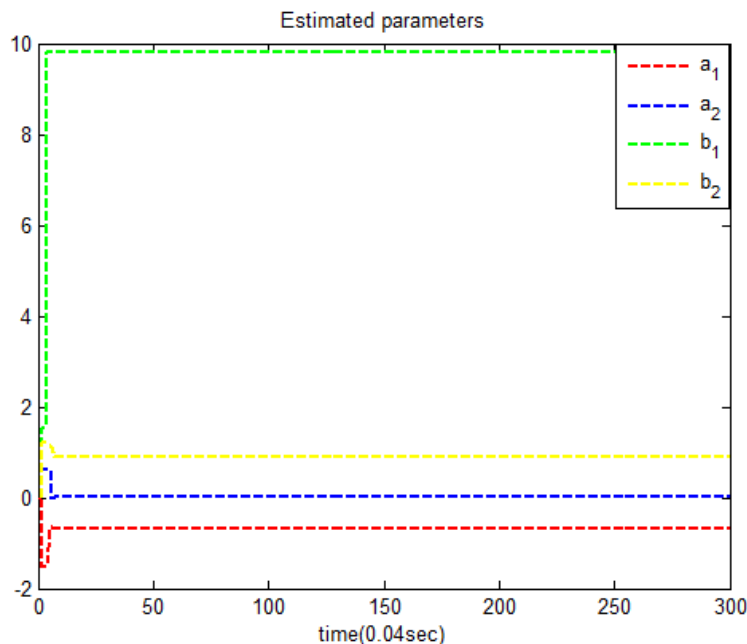
$$u(k+1) = -r_1 u(k) + t_0 u_r(k+1) - s_0 y(k+1) - s_1 y(k) \quad (35)$$

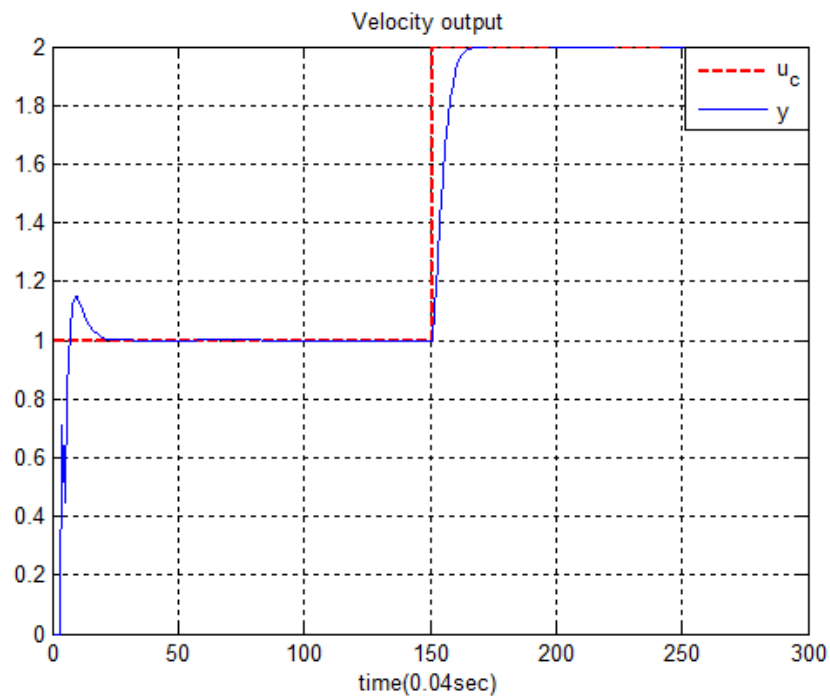
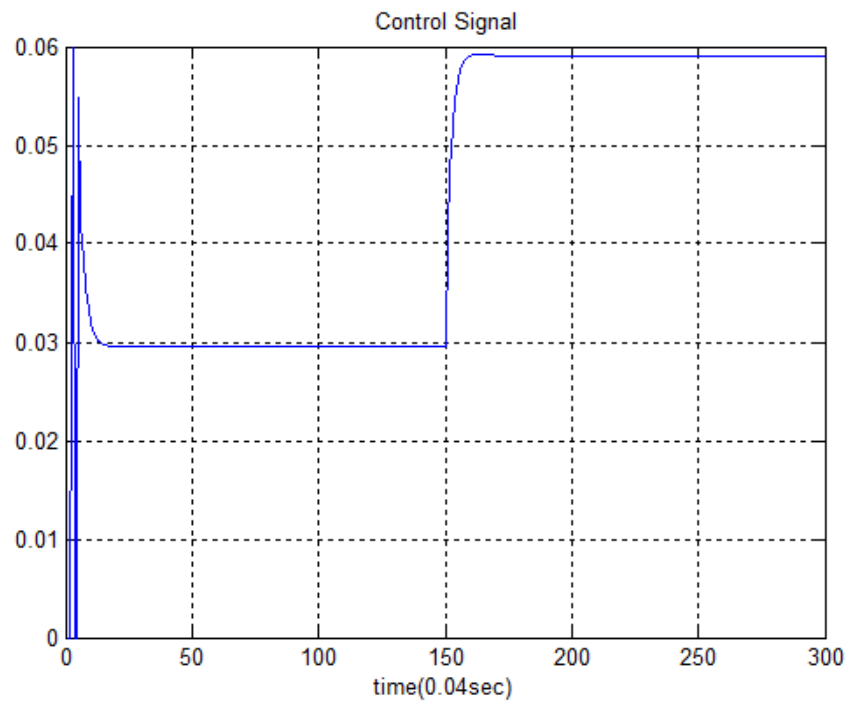
که  $u$  سیگنال کنترل،  $u_r$  مرجع و  $y$  خروجی فرآیند می باشد.

برای مقادیر اولیه:

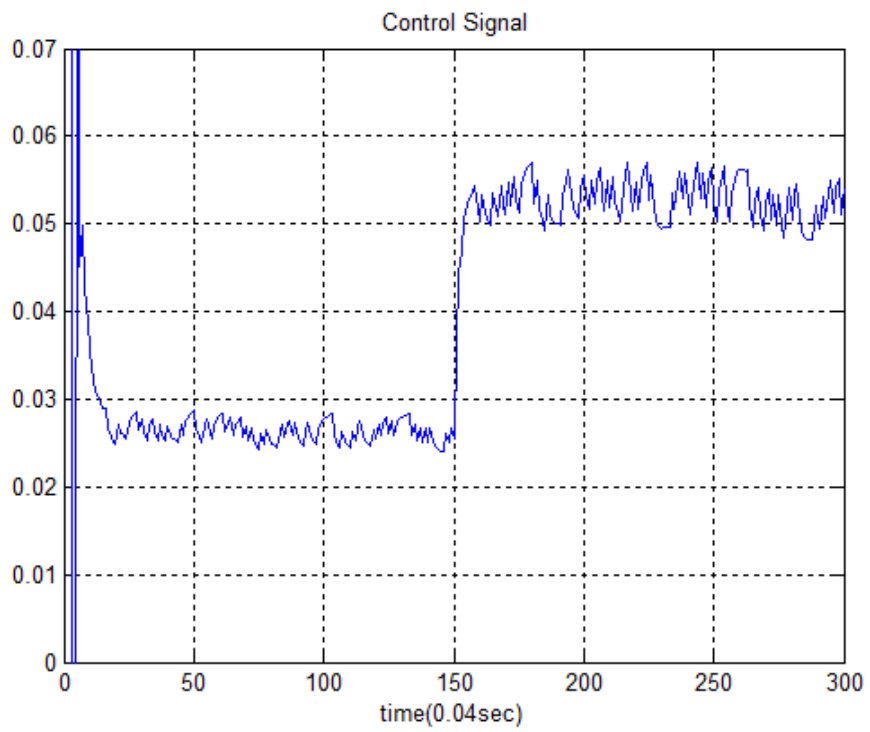
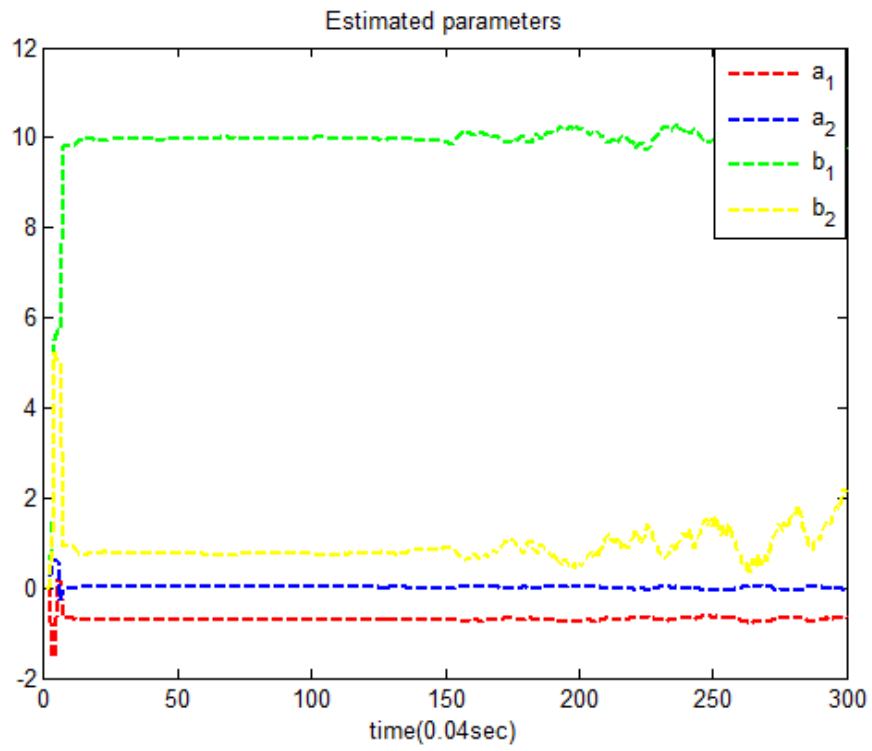
$$\theta^T = [-1.5317 \quad 0.6132 \quad 1.5325 \quad 1.2259], \lambda = 0.75$$

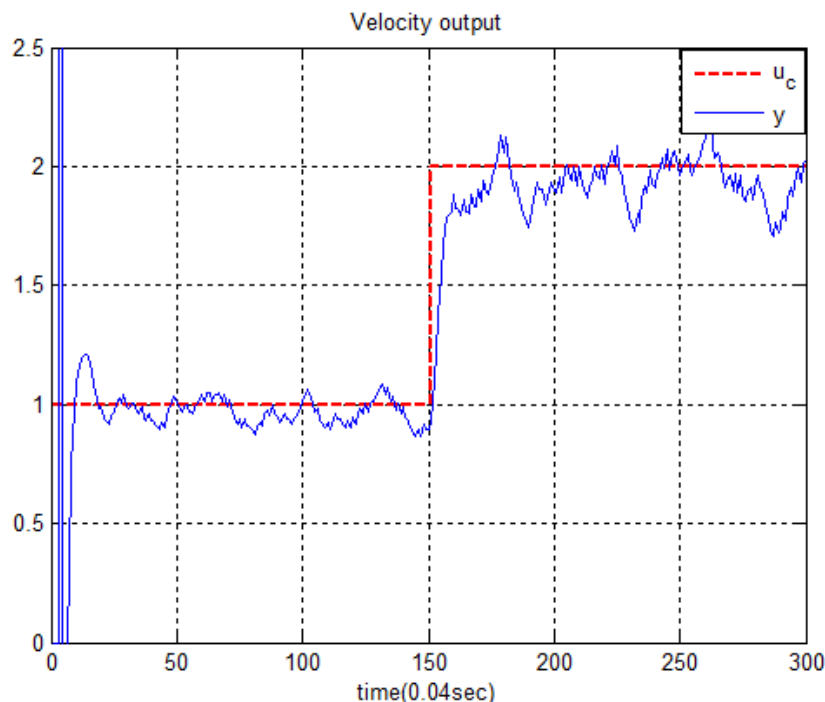
نتایج شبیه سازی شکل 4 و 5 را بترتیب برای حالت ایده آل و در حضور نویزهای خروجی جمع شونده 5% دامنه بدست می آوریم.





شکل 4. کنترل جایابی قطب تطبیقی با مرتبه صحیح برای یک موتور DC (حالت ایده آل)





شکل 5. کنترل جایابی قطب تطبیقی مرتبه صحیح برای یک موتور DC (با نویزهای خروجی جمع شونده) پاسخ خروجی فرآیند به یک سیگنال مرجع پله عملکرد مطلوبی را در غیاب اغتشاش ها و نویزها نشان می دهد (یک پاسخ زمانی قابل قبول و فراجهدی کراندار). نتایج شبیه سازی نشان می دهند که خروجی فرآیند  $y$  سیگنال مرجع را حتی در حضور نویز با عملکرد قابل قبولی تعقیب می کند.

#### 3-1-4- کنترل جایابی قطب تطبیقی با مرتبه کسری

مدل مرجع مرتبه کسری مطلوب (قطب های مطلوب) توسط معادله (4) و با پارامترهای  $\beta = 0.4$ ،  $\omega_n = 10$  و  $\xi = 0.95$  مشخص می شود. (مرتبه کسری  $\beta = 0.4$  به منظور مقایسه با دینامیک های مرتبه صحیح بطور دلخواه انتخاب شده است، در ادامه با استفاده از معیار خطای کوادراتیک  $\beta$  بهینه خواهد شد)

مدل زمان گسسته حاصل با نرخ نمونه برداری  $T = 0.04s$  بصورت زیر می باشد:

$$G_f(q) = \frac{0.0469q^4 + 0.03919q^3 - 0.004319q^2 - 2.292 \times 10^{-8}q - 5.346 \times 10^{-25}}{q^5 - 1.629q^4 + 0.837q^3 - 0.1289q^2 - 3.159 \times 10^{-19}q + 8.014 \times 10^{-35}} \quad (36)$$

که چند جمله ای مشخصه  $A_f$  مخرج تابع (36) خواهد بود. بعد از حل معادله دیوفانتین (20) قانون کنترل را بدست می آوریم:



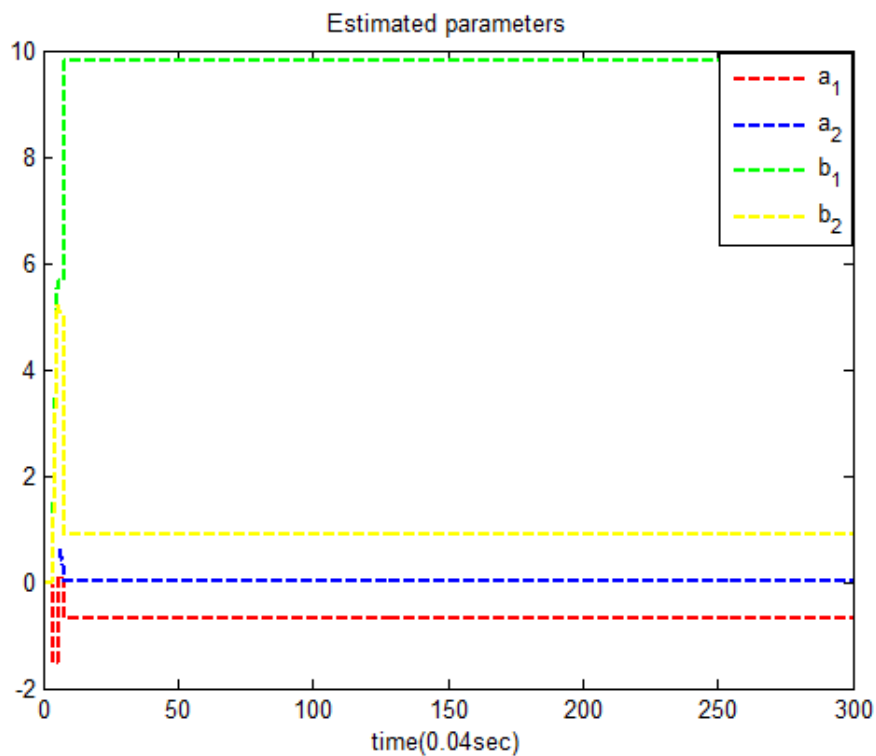
$$u(k+1) = -r_1u(k) - r_2u(k-1) - r_3u(k-2) - r_4u(k-3) + t_0u_r(k-2) - s_0y(k-2) - s_1y(k-3) \quad (37)$$

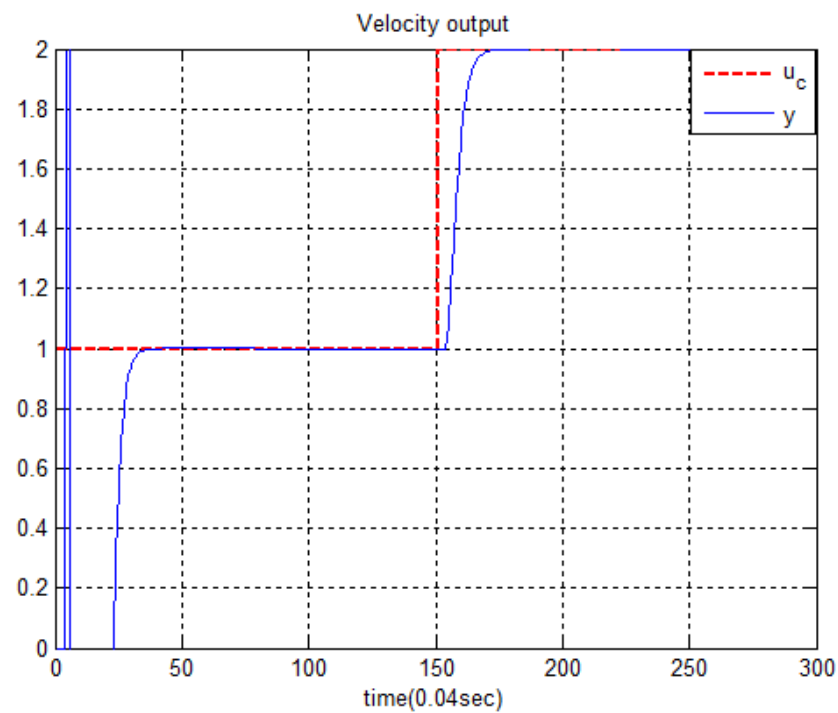
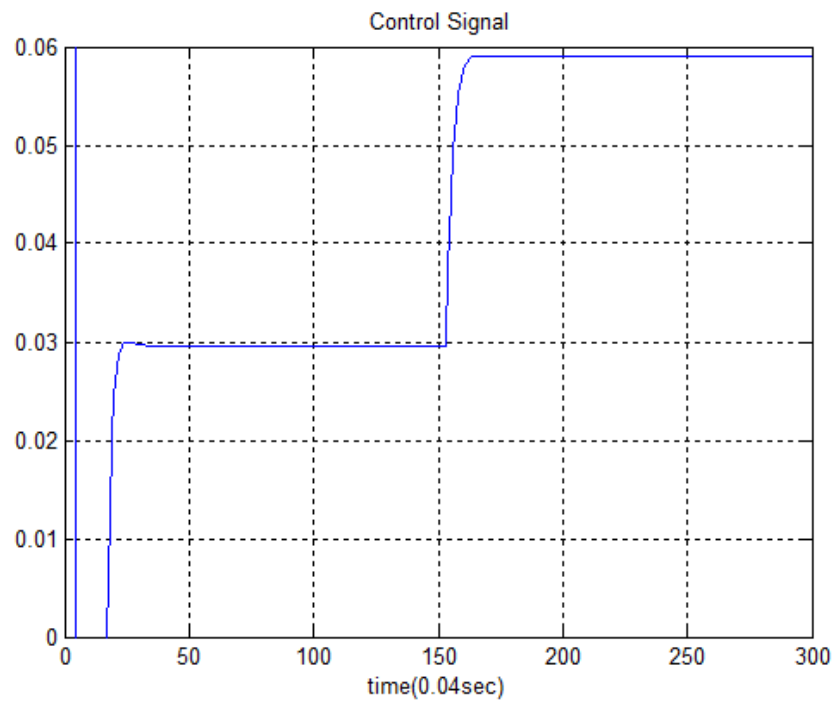
با  $t_0 = 0.0928$

با انتخاب مقادیر اولیه پارامترها بصورت:

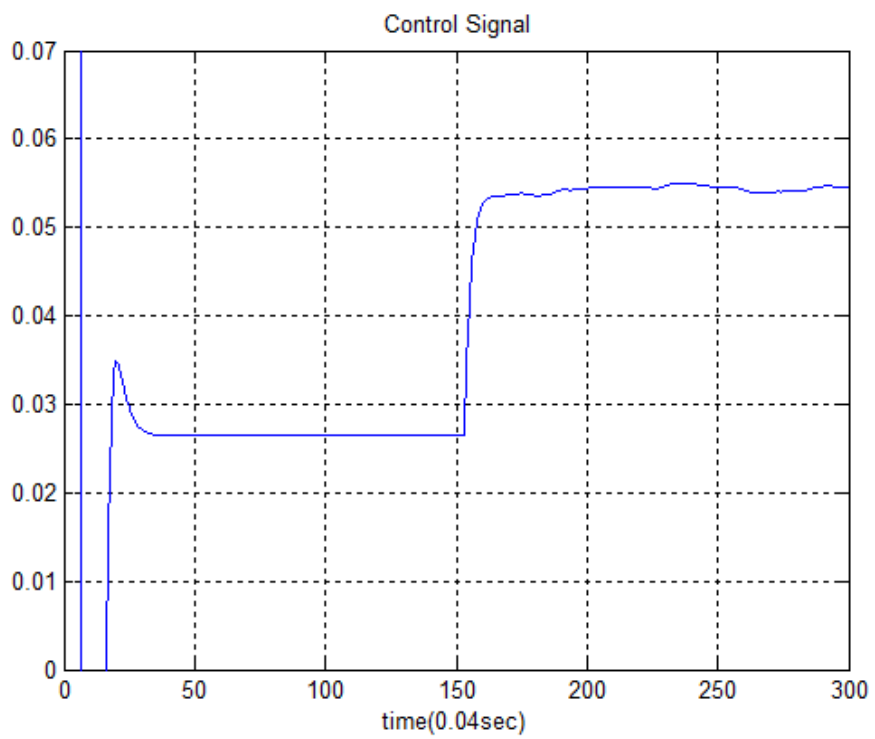
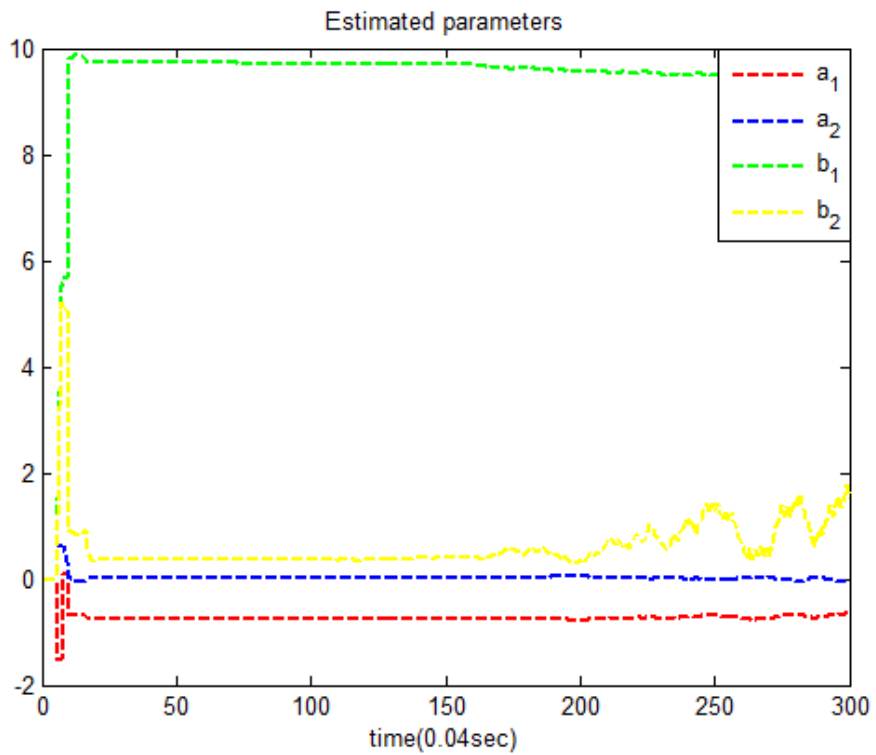
$$\theta^T = [-1.5317 \quad 0.6132 \quad 1.5325 \quad 1.2259], \lambda = 0.75$$

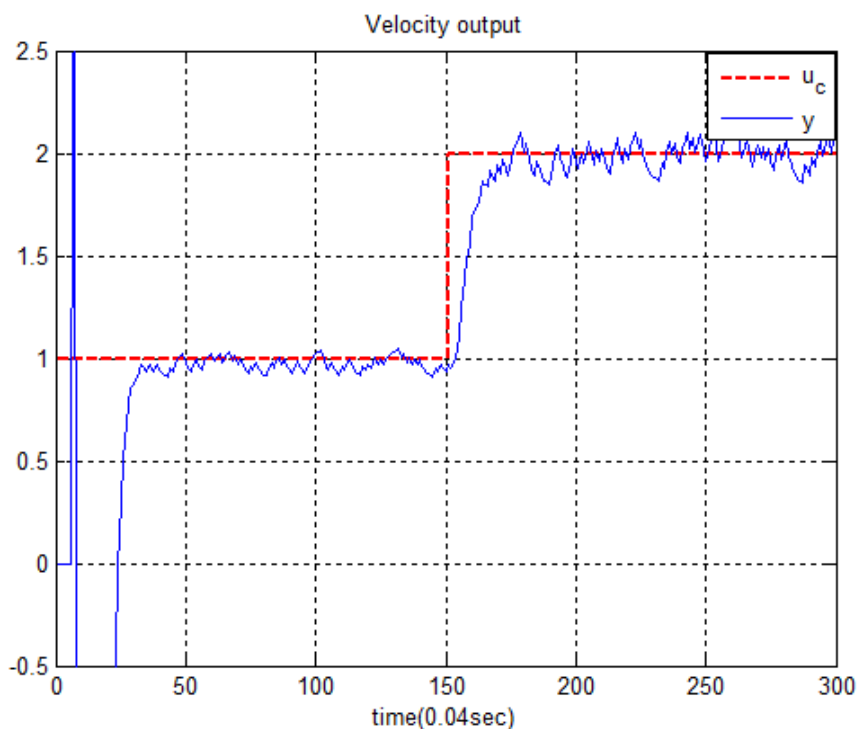
(مقادیر اولیه با مقادیر اولیه حالت مرتبه صحیح یکسان می باشند)، نتایج شبیه سازی برای حالت ایده آل و در حضور نویزهای خروجی جمع شونده 5% دامنه به ترتیب در شکل های 6 و 7 نشان داده شده است.





شکل 6. کنترل جایابی قطب تطبیقی مرتبه کسری یک موتور DC برای  $\beta = 0.4$  (حالت ایده آل)





شکل 7. کنترل جایابی قطب تطبیقی مرتبه کسری یک موتور DC برای  $\beta = 0.4$  (با نویزهای جمع شونده)

تعقیب ورودی مرجع سرعت توسط خروجی فرآیند بخوبی صورت گرفته و عملکرد نیز بهبود یافته است. به ویژه فراجهدش در مقایسه با حالت مرتبه صحیح کاهش چشم گیری داشته و تاثیر نویز نیز مانند حالت قبل قابل قبول است که نشان دهنده مقاوم بودن خواص فیلترهای مرتبه کسری می باشد.

جهت مقایسه بهتر حالت کسری و حالت مرتبه صحیح در شبیه سازی با نویز، معیار عددی  $I_\beta$  را به عنوان معیار خطای مربعی برای مرتبه کسری  $\beta$  تابع انتقال مدل مرجع داده شده با معادله (4) تعریف می کنیم

$$I_\beta = \sum_{k=N_0}^{N_f} (y(kT) - u_r(kT))^2 \quad (38)$$

که در بازه زمانی  $[N_0T \quad N_fT]$  محاسبه می شود.

مقادیر شاخص  $I_\beta$  برای هر دو روش طراحی کنترل جایابی قطب تطبیقی کسری و صحیح موتور DC در حضور نویز و بدون نویز جمع شونده در جدول 2 داده شده است (دامنه نویز تصادفی در هر دو حالت یکسان می باشد).

معیار خطای کوادراتیک به ازای مرتبه کنترل کسری موتور DC		
$I_{\beta}$ بدون اغتشاش	$I_{\beta}$ با اغتشاش خروجی جمع شونده	$\beta$
2.00	2.42	0.3
2.25	3.02	0.4
2.00	2.31	0.45
2.00	2.34	0.7
2.00	2.23	0.8
2.00	2.39	0.9
1.80	3.75	1

جدول 2

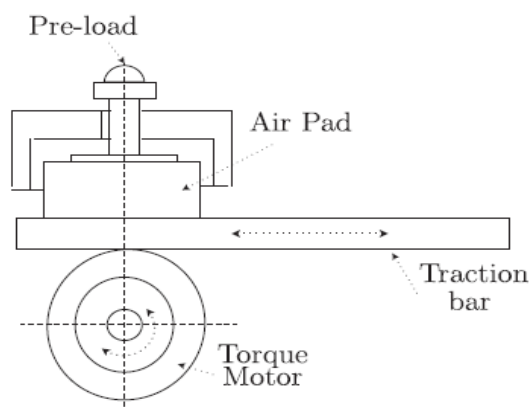
از نتایج جدول 2 به وضوح دیده می شود که بهترین حذف اغتشاش و عملکرد سیستم به ازای مرتبه کسری  $\beta = 0.8$  حاصل می شود، با بهبود تقریباً 60% نسبت به حالت مرتبه صحیح ( $\beta = 1$ ).

#### 2-4- کنترل محرک چرخ دنده محرک

در یک سیستم مکان یابی، که دقت و تکرار پذیری ملزومات اصلی می باشند، بایستی کنترل کننده ای مقاوم که قادر به حذف اغتشاش نیز باشد، اعمال شود.

#### 1-2-4- مدل سازی دستگاه

ساختار محرک چرخ دنده بصورت شکل 8 می باشد. کنترل کننده شامل یک نگهدار مرتبه صفر که برای دوره نمونه برداری 1kHz محاسبات را انجام می دهد، نیز می باشد.



شکل 8. محرک چرخ دنده

مدل تجربی شناسایی شده برای دستگاه در حوزه لاپلاس با تابع انتقال زیر مشخص می شود

$$G_p(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{c}{s^2 + as + b} \quad (39)$$

که  $u$  سیگنال کنترل،  $y$  خروجی اندازه گیری شده (واقعی) و  $a$ ،  $b$  و  $c$  پارامترهای فرآیند می باشند. شناسایی سیستم نشان می دهد که قطب ها برای حرکت های بسیار کوچک و بسیار بزرگ، نزدیک به هم و در  $-39.1801 \pm j90.4051 \text{ rad/sec}$  و  $-41.2584 \pm j94.1516 \text{ rad/sec}$  قرار داده می شوند که حداقل تغییر در بهره سیستم (از  $0.036 \text{ dB}$  به  $0.031 \text{ dB}$ ) را در پی دارد. تحقیقات نشان می دهد، یک ساختار MRAC می تواند سیستم را در هر دو حالت جابجایی کنترل کند. ما رفتار را در حالت حرکت های بسیار بزرگ و با پارامترهای مدل شناسایی شده:  $a = 78.36$ ،  $b = 9708$  و  $c = 9748$  در نظر می گیریم.

#### 2-2-4- کنترل جایابی قطب تطبیقی با مرتبه صحیح

با انتخاب زمان نمونه برداری  $T = 0.001 \text{ s}$ ، سیستم (39) در حوزه زمان گسسته بصورت زیر بازنویسی می شود

$$G_p(q) = \frac{0.004745(q+0.9743)}{q^2 - 1.915q + 0.9246} \quad (40)$$

قطب های مطلوبی که باید به فرآیند اعمال شوند قطب های تابع انتقال مرتبه دوم استاندارد (4) با  $\beta = 1$  (حالت صحیح)،  $\omega_n = 100$  و  $\xi = 0.7$  می باشند.

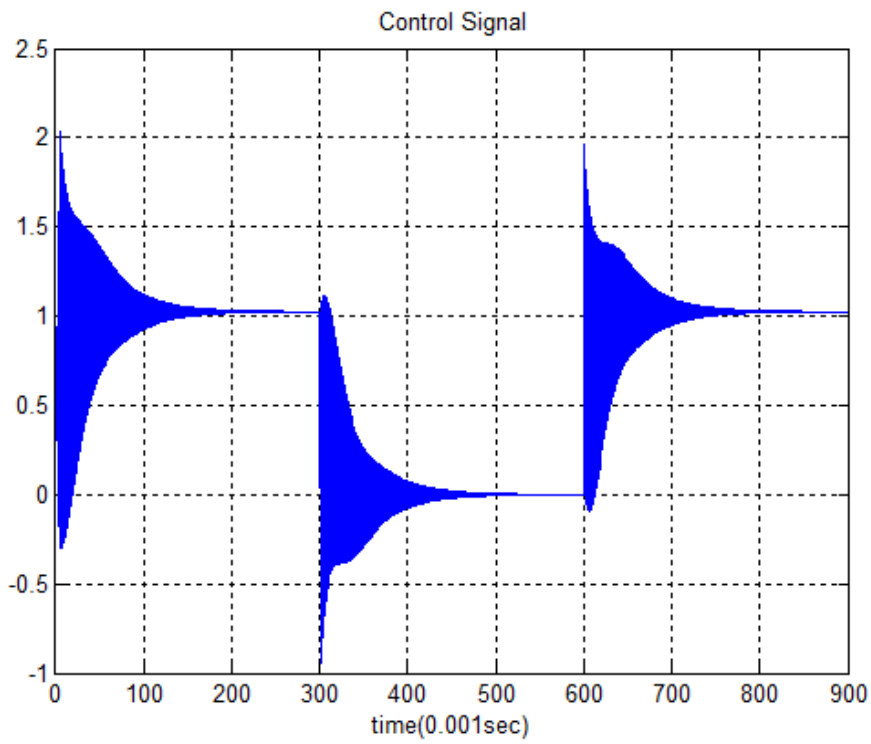
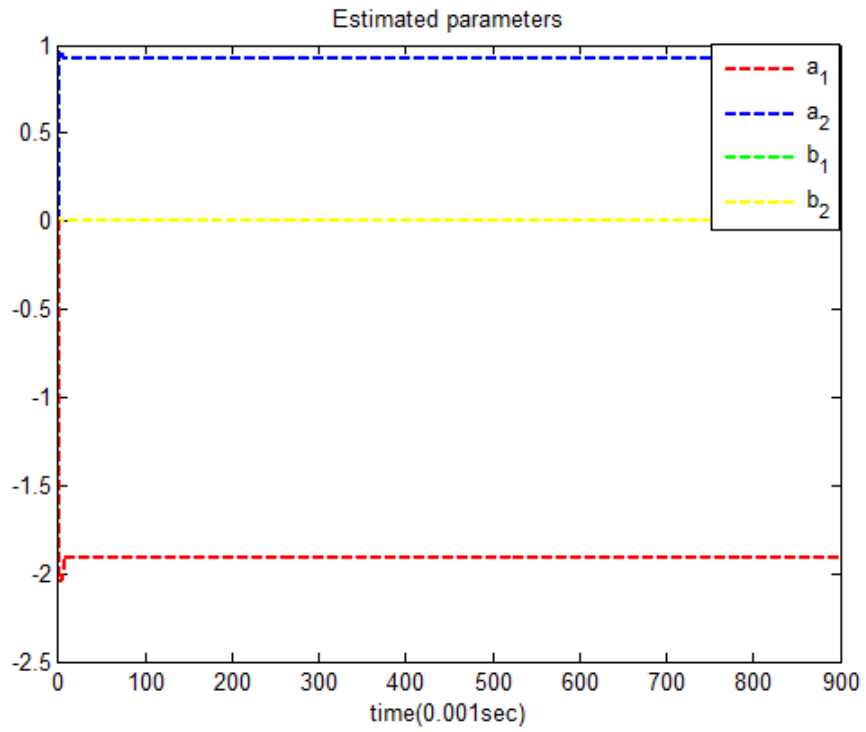
از الگوریتم RLS برای تخمین پارامترهای مدل فرآیند استفاده کرده، بعد از ساده سازی اتحاد بزوت (20) قانون کنترل (35) را بدست می آوریم

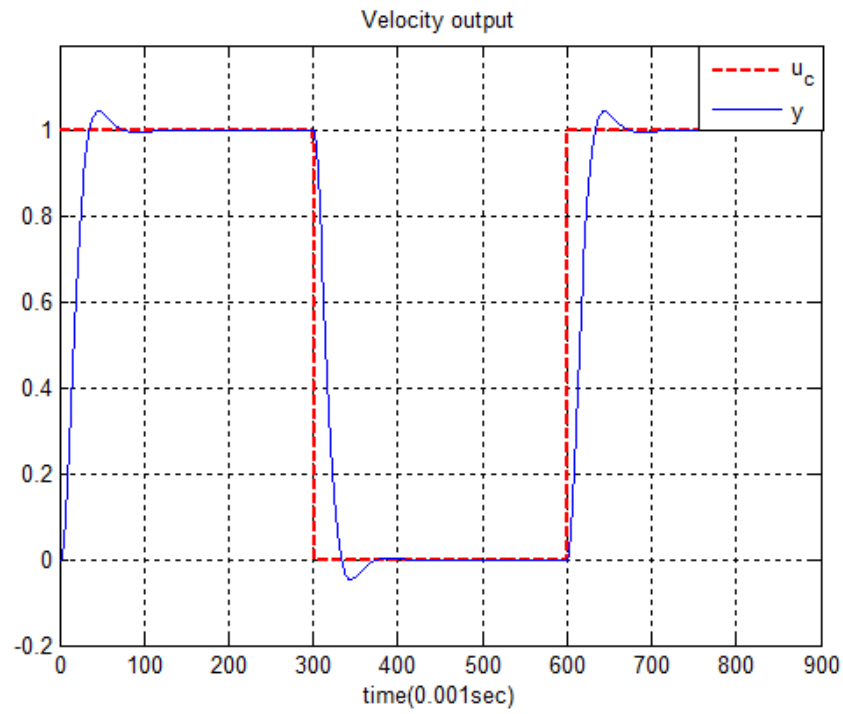
$$u(k+1) = -r_1 u(k) + t_0 u_r(k+1) - s_0 y(k+1) - s_1 y(k)$$

برای مقادیر اولیه:

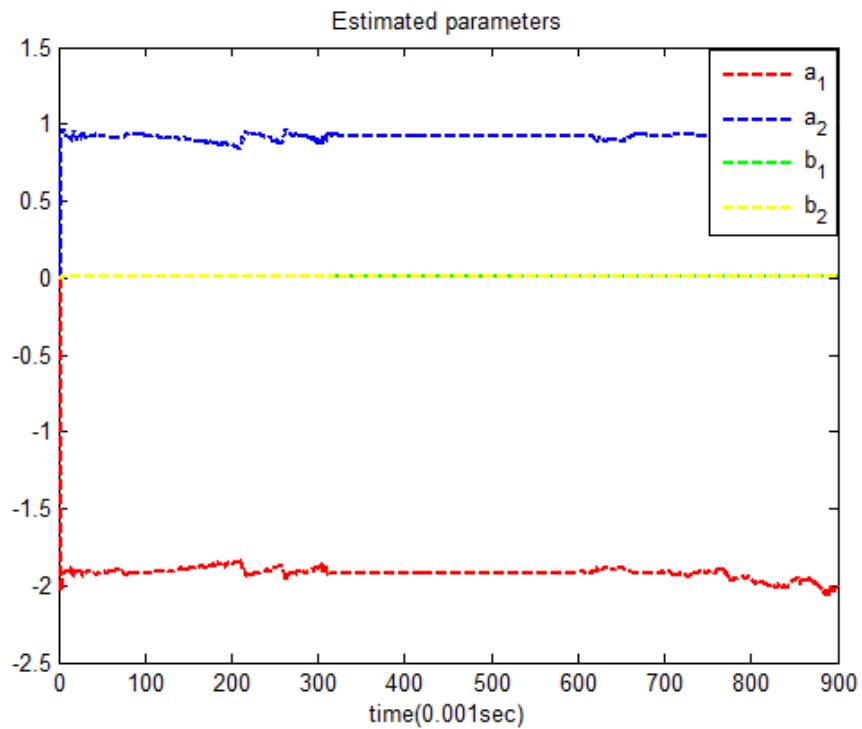
$$\theta^T = [-2.0422 \quad 0.9496 \quad 0.0197 \quad 0.0197], \lambda = 0.9$$

نتایج شبیه سازی شکل 9 و 10 را بترتیب برای حالت ایده آل و در حضور نویزهای خروجی جمع شونده 5% دامنه بدست می آوریم.

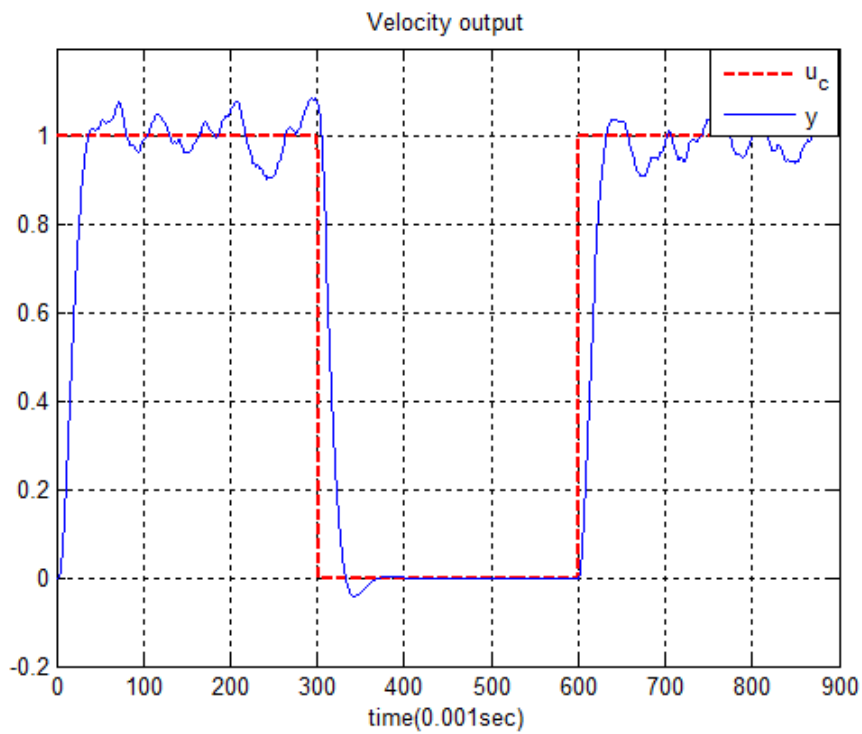
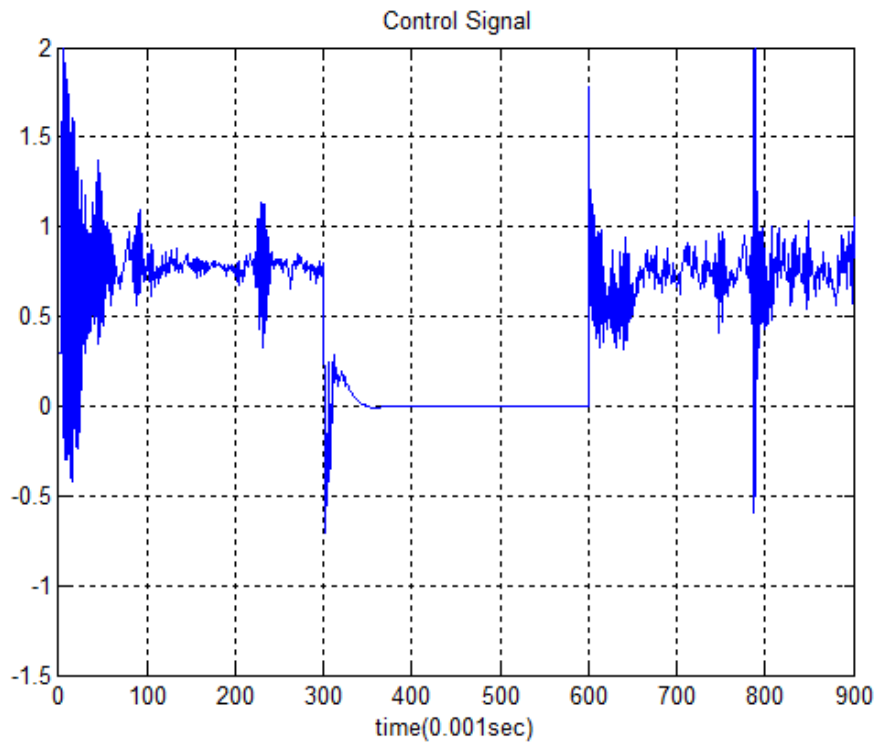




شکل 9. کنترل جایابی قطب تطبیقی با مرتبه صحیح محرک چرخ دنده (حالت ایده آل)







شکل 10. کنترل جایابی قطب تطبیقی با مرتبه صحیح یک محرک چرخ دنده (با نویزهای خروجی 5% دامنه)

پاسخ خروجی فرآیند به یک سیگنال مرجع پله رفتار رضایت بخشی را در غیاب اغتشاش ها و نویزها از خود نشان می دهد (یک پاسخ زمانی قابل قبول با فراجهدی کراندار). نتایج شبیه سازی نشان می دهند که خروجی فرآیند  $y$  سیگنال مرجع را با عملکردی قابل قبول حتی در حضور نویزها، تعقیب می کند.

### 3-2-4- کنترل جایابی قطب تطبیقی مرتبه کسری

مدل مرجع مرتبه کسری مطلوب (قطب های مطلوب) با استفاده از معادله (4) و با پارامترهای  $\omega_n = 100$ ،  $\xi = 0.7$  و  $\beta = 0.45$  بدست می آید. مدل زمان گسسته حاصل با زمان نمونه برداری  $T = 0.001s$  بصورت زیر خواهد بود:

$$G_f(q) = \frac{0.1208q^3 - 0.1369q^2 + 0.02499q + 2.72 \times 10^{-6}}{q^4 - 1.869q^3 + 0.9064q^2 - 0.02897q + 5.318 \times 10^{-19}} \quad (41)$$

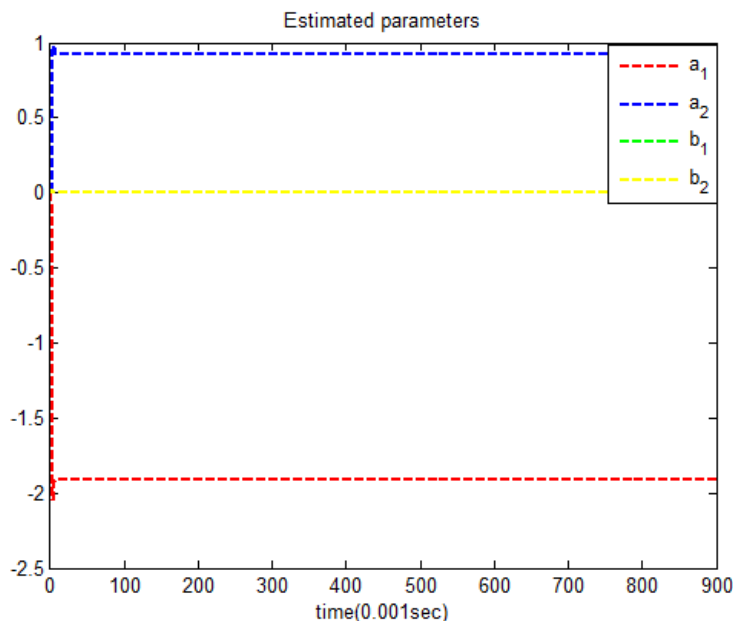
که چند جمله ای مشخصه  $A_r$  چند جمله ای مخرج تابع انتقال فوق می باشد. بعد از حل معادله دیوفانتین (20) قانون کنترل را بدست می آوریم:

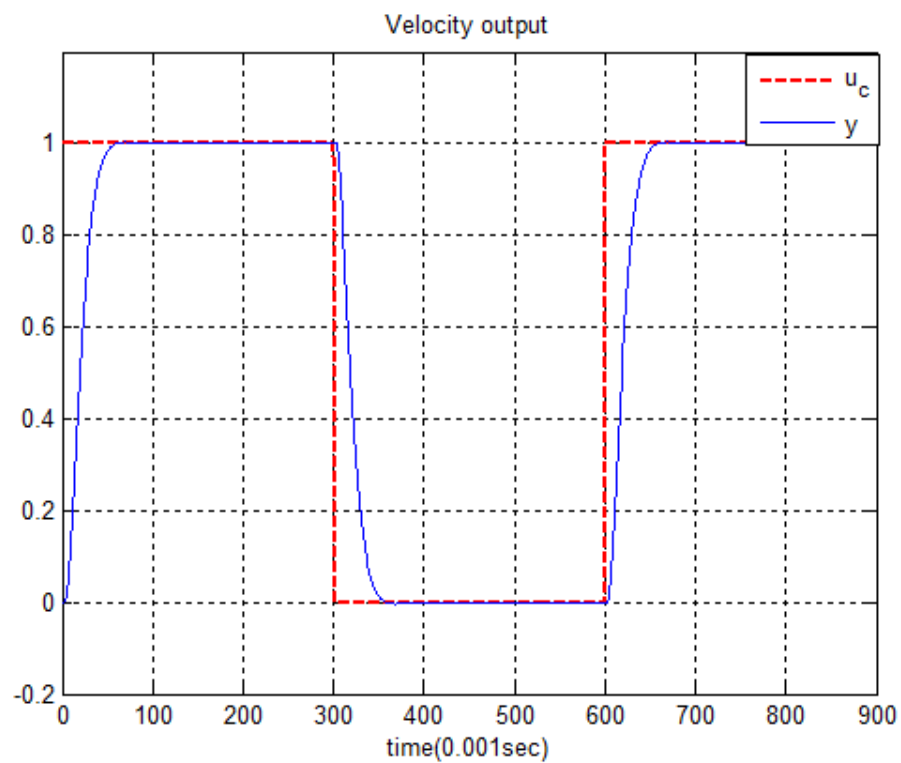
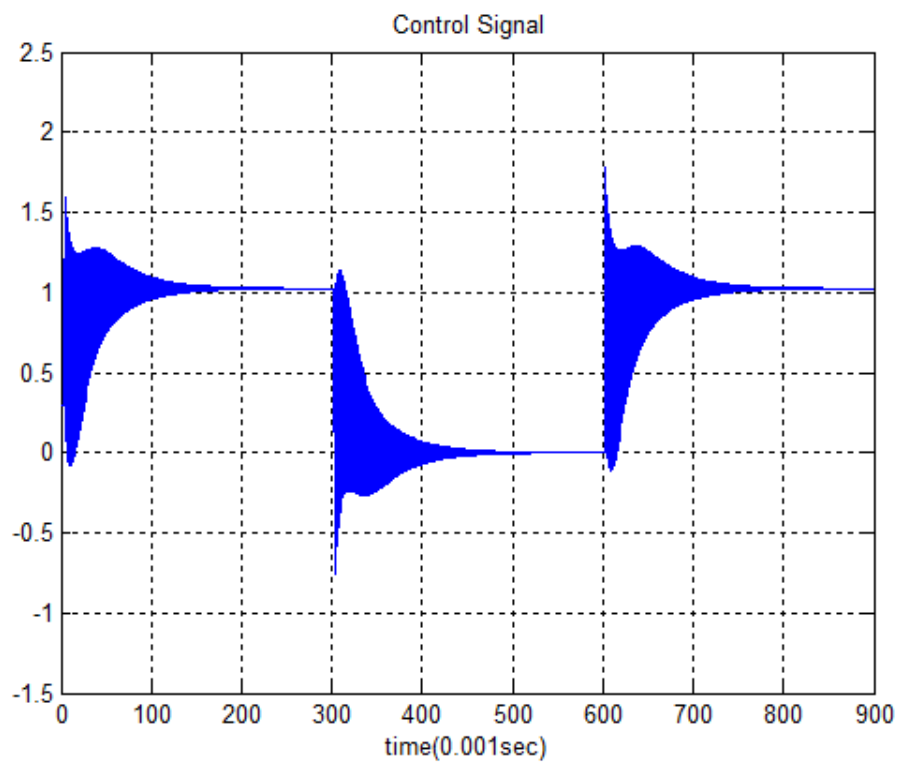
$$u(k+1) = -r_1u(k) - r_2u(k-1) - r_3u(k-2) - r_4u(k-3) + t_0u_r(k-1) - s_0y(k-1) - s_1y(k-2) \quad (42)$$

با انتخاب مقادیر اولیه پارامترها بصورت:

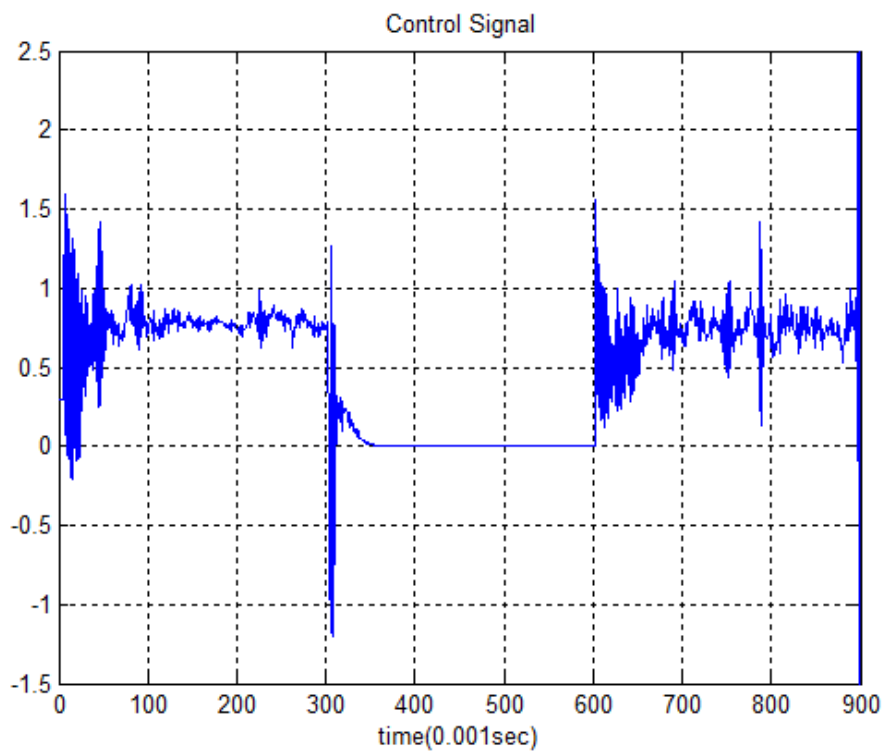
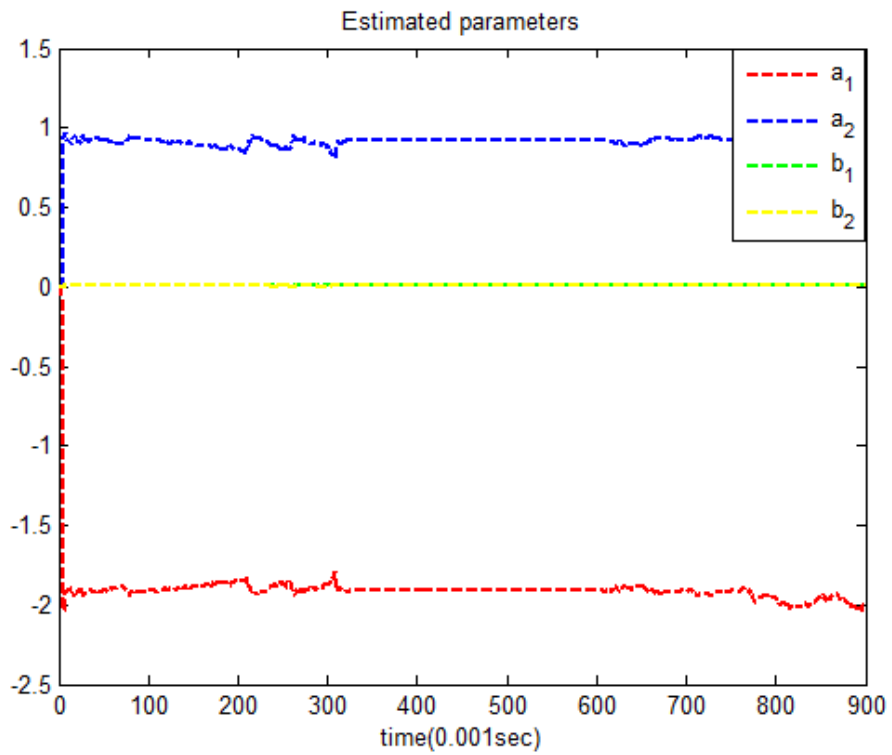
$$\theta^T = [-2.0422 \quad 0.9496 \quad 0.0197 \quad 0.0197], \lambda = 0.9$$

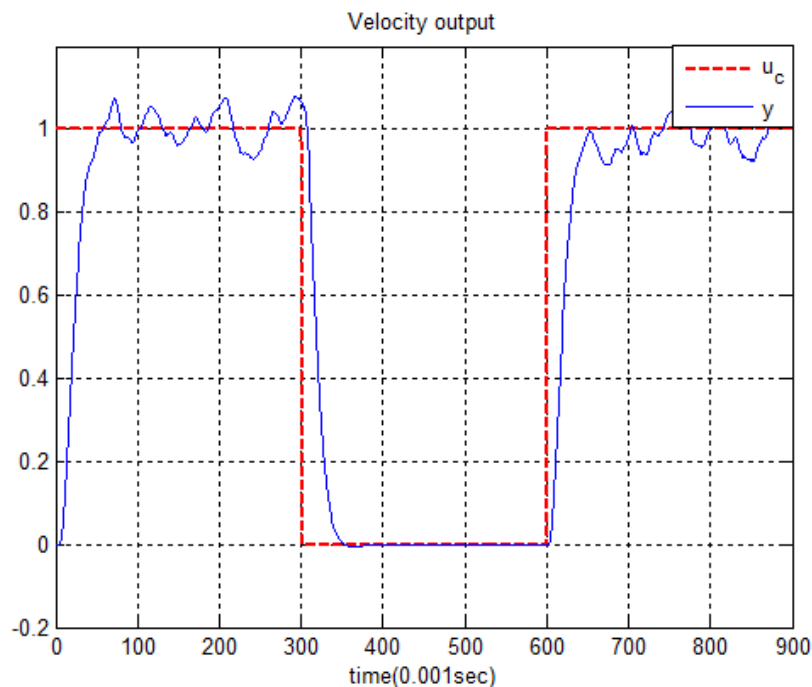
(مقادیر اولیه با مقادیر اولیه حالت مرتبه صحیح یکسان می باشند)، نتایج شبیه سازی برای حالت ایده آل و در حضور نویزهای خروجی جمع شونده 10% دامنه به ترتیب در شکل های 11 و 12 نشان داده شده است.





شکل 11. کنترل جایابی قطب تطبیقی مرتبه کسری محرک چرخ دنده برای  $\beta = 0.45$  (حالت ایده آل)





شکل 12. کنترل جایابی قطب تطبیقی مرتبه کسری محرک چرخ دنده برای  $\beta = 0.45$

(با نویزهای خروجی 5% دامنه)

شکل های 9 و 11 نتایج کنترلی رضایت بخشی را برای ساختار کنترل تطبیقی پیشنهاد شده به ترتیب برای حالت مرتبه صحیح ( $\beta = 1$ ) و حالت مرتبه کسری ( $\beta = 0.45$ ) نشان می دهند. شاخص های عملکردی مانند زمان خیز، ماکزیمم فراجهدش و خطای حالت ماندگار از سطح خوبی برخوردارند و پاسخ کنترل کننده مرتبه کسری از نظر فراجهدش (تقریباً وجود ندارد) و شکل سیگنال کنترل (کمتر نوسانی) بهبود یافته است.

مقایسه نتایج شکل های 10 و 12 که می تواند به عنوان آزمونی برای مقاومت در برابر اغتشاش در نظر گرفته شود، بهبود تعقیب مدل بوسیله یک سیستم کنترل شده آنلاین را وقتی اغتشاش 5% دامنه به فرآیند اعمال می شود، در حالت مرتبه کسری نسبت به حالت صحیح نشان می دهد.

برای اثبات بهبود حذف اغتشاش در روش کنترل مرتبه کسری، از معیار خطای کوادراتیک که در معادله (38) تعریف شد، برای مراتب مختلف تابع انتقال مدل مرجع کسری استفاده می کنیم. نتایج مطابق جدول 3 می باشد.

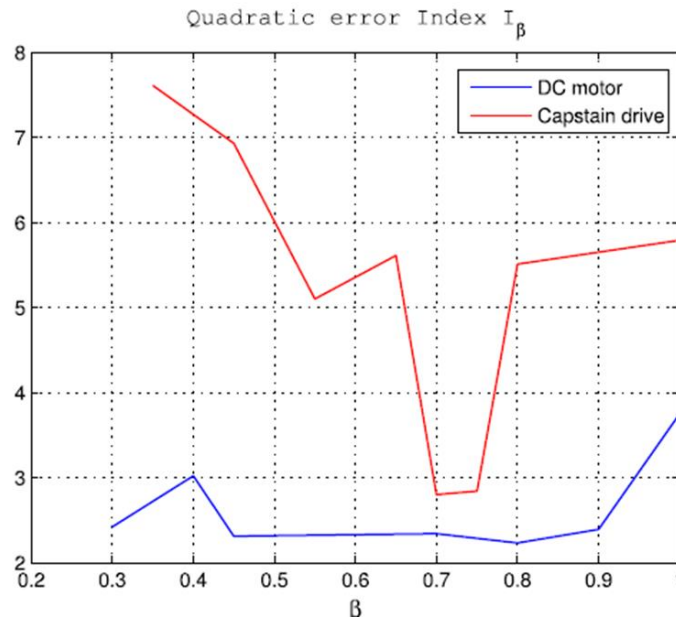
معیار خطای کوادراتیک به ازای مرتبه کنترل کسری محرک چرخ دنده		
$I_{\beta}$ بدون اغتشاش	$I_{\beta}$ با اغتشاش خروجی جمع شونده	$\beta$
8.88	7.61	0.35
7.49	6.93	0.45
5.11	5.10	0.55
6.51	5.61	0.65
2.81	2.80	0.7
2.84	2.84	0.75
6.08	5.51	0.8
4.94	5.79	1

جدول 3

روشن است که روش کنترل تطبیقی مرتبه کسری در حذف نویز و تعقیب سیگنال مرجع نتایج بهتری دارد. مقدار بهینه شاخص برای  $\beta = 0.7$  بدست می آید.

برای اکثر مقادیر توان کسری  $\beta$  معیار خطای کوادراتیک مقادیر کمتری در حضور نویزهای تصادفی خروجی جمع شونده نسبت به حالت ایده آل دارد که با همگرایی سریعتر الگوریتم تخمین قابل توجه است، چرا که نویزهای تصادفی خروجی جمع شونده سیستم را بهتر تحریک می کنند.

در این روش کنترل مرتبه کسری نقش پارامتر فیلترکننده را ایفا می کند که یک درجه آزادی اضافی برای طراح جهت تنظیم مقاومت و عملکرد فراهم می آورد. شکل 13 تغییرات معیار خطا را برای مراتب مختلف قطب در حضور اغتشاش ها برای هر دو مثال شبیه سازی نشان می دهد.



شکل 13. معیار خطا بر حسب مرتبه کسری قطب ها در حضور نویز ها برای هر دو مثال شبیه سازی

ویژگی مقاوم بودن کنترل کننده جایابی قطب تطبیقی کسری سبب می شود از بکارگیری ساختارهای کنترلی مقاوم پیچیده تر اجتناب کنیم.

## 5- نتیجه گیری

در این مقاله، روش کنترل تطبیقی کسری جدیدی پیشنهاد شده است که استراتژی کنترل جایابی قطب حداقل درجه کلاسیک را با فرآیند تخمین پارامترهای مدل بصورت آنلاین ترکیب می کند. دینامیک های مرتبه کسری مطلوب به وسیله یک تابع انتقال غیر صحیح که با استفاده از روش تقریب معروف تابع استثنائی تقریب زده شده است، به سیستم حلقه بسته اعمال می شوند. سپس الگوریتم کنترل تطبیقی جایابی قطب برای محاسبه سیگنال های کنترل، با استفاده از مدل فرآیند شناسایی شده بصورت آنلاین اعمال می شود.

هدف روش طراحی پیشنهاد شده این است که فرآیند کنترل شده را وادار به تعقیب مرجع با عملکرد و مقاومت قابل قبول در برابر نویزها و اغتشاش ها کند. نتایج شبیه سازی برای کنترل سرعت زاویه ای موتور DC و سیستم مکان یابی محرک چرخ دنده/ استوانه، بهبود کیفیت کنترل تطبیقی پیشنهاد شده با جایابی قطب کسری و شناسای مدل فرآیند آنلاین را تایید می کنند.